

TEMA 7. SISTEMA DE ECUACIONES

1. SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

Dos ecuaciones forman un sistema cuando lo que pretendemos de ellas es encontrar su solución común.

Cuando dos ecuaciones forman un sistema las ponemos de esta forma:

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 5 \\ 2x - y = 7 \end{array} \right\}$$

Se llama solución de un sistema de ecuaciones a la solución común a ambas

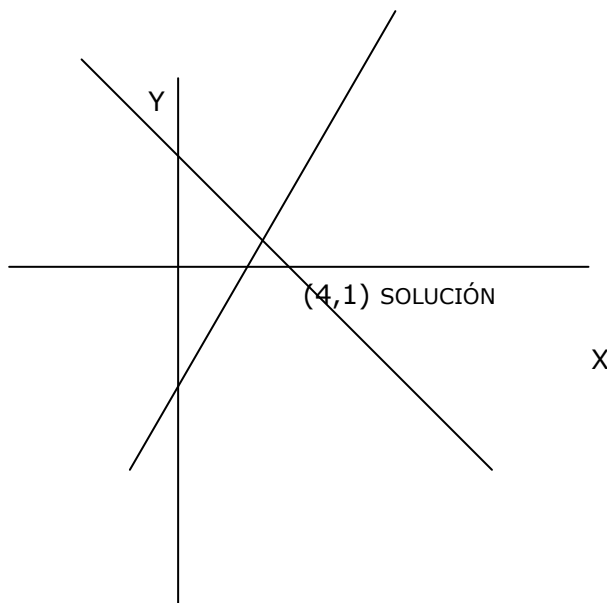
Si representamos gráficamente estas dos ecuaciones

$$x + y = 5 \Rightarrow y = 5 - x$$

x	0	1	2
y	5	4	3

$$2x - y = 7 \Rightarrow y = 2x - 7$$

x	0	1	2
y	-7	-5	-3



1.1 NÚMERO DE SOLUCIONES DE UN SISTEMA.

En general, un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas tiene una solución (el punto de corte de las dos rectas), pero a veces no ocurre así. También existen otros casos :

- **Sistemas incompatibles (sin solución)**
- **Sistemas indeterminados (con infinitas soluciones)**

2. RESOLUCIÓN DE SISTEMAS.

2.1 MÉTODO DE SUSTITUCIÓN

Este método consiste en **despejar** una de las incógnitas de una de las ecuaciones del sistema **y sustituir** la expresión obtenida en la otra ecuación.

De esta forma se obtiene una ecuación de primer grado con una incógnita. Por ejemplo:

$$\left. \begin{array}{l} 4x + y = -3 \\ y - 3x = 11 \end{array} \right\}$$

1º Se despeja y en la segunda ecuación: $y = 3x + 11$

2º Se sustituye este valor de y en la primera ecuación:

$$4x + 3x + 11 = -3$$

3º Se resuelve esta ecuación: $x = \frac{-14}{7} \Rightarrow x = -2$

4º Se sustituye este valor de x en la ecuación en la que hemos despejado la incógnita y:

$$y = 3 \cdot (-2) + 11 = 5$$

Por tanto, la solución es: $x = -2, y = 5$

Despeja siempre la incógnita que resulte más sencilla y, si existe, aquella cuyo coeficiente es 1 o -1; de esta forma se evita la aparición de denominadores.



1. Resuelve los siguientes sistemas por sustitución:

$$\left. \begin{array}{l} x + 3y = 4 \\ 2x - y = 1 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} 6x + 5y = 23 \\ -4x + y = -11 \end{array} \right\}$$

1.1 MÉTODO REDUCCIÓN

Se preparan las dos ecuaciones (multiplicando por los números que convenga) para que una de las incógnitas tenga el mismo coeficiente en ambas pero con distinto signo. Al sumarlas, desaparece esa incógnita y podemos obtener fácilmente el valor de la otra. El valor hallado se sustituye en una de las ecuaciones iniciales y se resuelve. Obtenemos, así, la solución

Observa cómo se resuelve el siguiente sistema:

$$\left. \begin{array}{l} 3x + 2y = 7 \\ 4x - 3y = 15 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \rightarrow \text{MULTIPLICAMOS LOS DOS MIEMBROS POR 4} \rightarrow 12x + 8y = 28 \\ \rightarrow \text{MULTIPLICAMOS LOS DOS MIEMBROS POR -3} \rightarrow -12x + 9y = -45 \end{array} \right\}$$

$$\begin{array}{r} \text{SUMAMOS MIEMBRO A MIEMBRO} \\ \hline 17y = -17 \\ y = -1 \end{array}$$

Sustituimos la **y** en una de las ecuaciones iniciales:

$$3x + 2 \cdot (-1) = 7 \Rightarrow 3x = 9 \Rightarrow x = 3.$$

Solución: $x = 3, y = -1$

Este método es especialmente cómodo cuando una de las incógnitas tiene coeficientes iguales o si los coeficientes son múltiplos.



2. Resuelve, por el método de sustitución los siguientes sistemas:

$$\left. \begin{array}{l} 3x - 4y = -6 \\ 2x + 4y = 16 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} 3x - 2y = 6 \\ 9x + 4y = 108 \end{array} \right\}$$

2.3 MÉTODO DE IGUALACIÓN

Se despeja la misma incógnita en las dos ecuaciones y se igualan los dos resultados, obteniendo así una ecuación con una sola incógnita. Se halla el valor de esta incógnita resolviendo la ecuación obtenida. Para hallar el valor de la otra incógnita, se sustituye en cualquiera de las expresiones en las que estaba despejada.

Resolver por el método de igualación este sistema

$$\left. \begin{array}{l} 3x - 5y = 1 \\ x + 2y = 15 \end{array} \right\}$$

1º. Despejamos la misma incógnita en las dos ecuaciones . En este caso la más fácil de despejar es la x:

$$\left. \begin{array}{l} 3x - 5y = 1 \\ x + 2y = 15 \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} 3x = 1 + 5y \rightarrow x = \frac{1 + 5y}{3} \\ x = 15 - 2y \end{array}$$

2º. Igualamos los resultados:

$$\frac{1 + 5y}{3} = 15 - 2y$$

3º Resolvemos la ecuación obtenida, que solo tiene una incógnita:

$$1 + 5y = 3(15 - 2y) \rightarrow 1 + 5y = 45 - 6y \rightarrow 11y = 44 \rightarrow y = 4$$

4º Para hallar al valor de la otra incógnita, sustituimos el valor de y en una de las expresiones del paso 1º, en las que la x está despejada:

$$x = 15 - 2y = 15 - 2 \cdot 4 = 15 - 8 = 7 \rightarrow x = 7$$

5º La solución del sistema es $x = 7$, $y = 4$



ACTIVIDADES DEL TEMA

1. Resuelve gráficamente cada uno de los siguientes sistemas:

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} 3x + y = 5 \\ x + y = 1 \end{array} \right\}$$

$$\text{b) } \left. \begin{array}{l} 4x - y = 7 \\ y - 1 = 0 \end{array} \right\}$$

$$\text{c) } \left. \begin{array}{l} x + y = 5 \\ 2x - y = 4 \end{array} \right\}$$

2. Resuelve estos sistemas por el método de sustitución:

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} 3x - 5y = 5 \\ 4x + y = -1 \end{array} \right\}$$

$$\text{b) } \left. \begin{array}{l} 8x - 7y = 15 \\ x + 6y = -5 \end{array} \right\}$$

$$\text{c) } \left. \begin{array}{l} 2x + 5y = -1 \\ 3x - y = 7 \end{array} \right\}$$

$$\text{d) } \left. \begin{array}{l} 3x - 2y = 2 \\ x + 6y = -5 \end{array} \right\}$$

3. Resuelve los siguientes sistemas por el método de igualación:

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} y = 2x - 3 \\ y = \frac{x - 3}{2} \end{array} \right\}$$

$$\text{b) } \left. \begin{array}{l} 5x + y = 8 \\ 2x - y = -1 \end{array} \right\}$$

$$\text{c) } \left. \begin{array}{l} x + 6y = -2 \\ x - 3y = 1 \end{array} \right\}$$

$$\text{d) } \left. \begin{array}{l} 4x - 5y = -2 \\ 3x + 2y = 10 \end{array} \right\}$$

5. Resuelve los siguientes sistemas por el método de reducción:

$$\text{a) } \begin{cases} 3x + 2y = 4 \\ 5x - 2y = 4 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2x + 5y = 11 \\ 4x - 3y = -4 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} x + 6y = -4 \\ 3x - 5y = 11 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 5x - 2y = 7 \\ 4x + 3y = -2 \end{cases}$$

6. Resuelve los siguientes sistemas por el método que consideres más adecuado:

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} x + 5y = 7 \\ 3x - 5y = 11 \end{array} \right\}$$

$$\text{b) } \left. \begin{array}{l} 5x + y = 8 \\ 3x - y = 11 \end{array} \right\}$$

$$\text{c) } \left. \begin{array}{l} 3x + 10y = 6 \\ x + 2y = 1 \end{array} \right\}$$

$$\text{d) } \left. \begin{array}{l} 3x + 10y = 6 \\ x + 2y = 1 \end{array} \right\}$$

$$\text{e) } \left. \begin{array}{l} 7x + 6y = 2 \\ y + 5 = 3 \end{array} \right\}$$

$$\text{f) } \left. \begin{array}{l} 5x - 3y = 1 \\ 4x + 2y = 14 \end{array} \right\}$$

$$\text{g) } \left. \begin{array}{l} 3(x + 2) = y + 7 \\ x + 2(y + 1) = 0 \end{array} \right\}$$

$$\text{h) } \left. \begin{array}{l} \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 3 \\ 2(x + y) = 16 \end{array} \right\}$$

$$\text{i) } \left. \begin{array}{l} 2x - y = 4 \\ 4x + 3y = -7 \end{array} \right\}$$

$$\text{j) } \left. \begin{array}{l} x + 2y = -1 \\ 3x - y = 1,25 \end{array} \right\}$$

$$\text{k) } \left. \begin{array}{l} 3x - 2y = 2 \\ x + 4y = -\frac{5}{3} \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x+1}{3} + y = 1 \\ \frac{x-3}{4} + 2y = 1 \end{array} \right\}$$

7. Cuatro barras de pan y seis litros de leche cuestan 6,8€; tres barras de pan y cuatro litros de leche cuestan 4,7€. ¿Cuánto vale una barra de pan? ¿Cuánto cuesta un litro de leche?

8. La suma de dos números es 15. La mitad de uno de ellos más la tercera parte del otro es 6 ¿De qué números se trata?

9. Para pagar un artículo que costaba 3 €, he utilizado nueva monedas, unas de 20 céntimos y otras de 50 céntimos. ¿Cuántas monedas de cada clase he utilizado?

10. Un fabricante de bombillas obtiene un beneficio de 0,3€ por cada pieza que sale del taller para la venta, pero sufre una pérdida de 0,4€ por cada pieza defectuosa que debe retirar. En una jornada ha fabricado 2100 bombillas, obteniendo unos

beneficios de 484,4€ ¿Cuántas bombillas válidas y cuántas defectuosas se han fabricado en ese día?

11. Una empresa aceitera ha envasado 3000 litros de aceite en 1200 botellas de dos y cinco litros. ¿Cuántas botellas de cada clase se han utilizado?

12. En un bar venden bocadillos de jamón a 3,5€ y bocadillos de tortilla a 2€. En una mañana vendieron 52 bocadillos y la recaudación final fue de 149€. ¿Cuántos vendieron de cada clase?

13. En un test de 30 preguntas se obtienen 0,75 puntos por cada respuesta correcta y se restan 0,25 puntos por cada error. Si mi nota ha sido 10,5, ¿cuántos aciertos y cuántos errores he tenido?

